Возможные темы
исследовательских работ
по мотивам лекции
«Эшер и Чукотка»

Раздел 1. Темы, объединенные плоскими мозаиками.

А) История мозаичных панно и их математика.

Б) Апериодические мозаики. Их история.

История апериодических мозаик интересна, на самом деле она не началась с мозаики Пенроуза. В их популяризации важную роль сыграл Мартин Гарднер – знаковая фигура, книги которого были знамениты даже в СССР. Ещё одна фамилия – Конвей – связана с игрой жизнь – простейшей симуляцией динамических систем.

Сама игра «Жизнь» и подобные ей динамические системы могут быть темами отдельных исследовательских проектов.

В) Мозаика Пенроуза и золотое сечение.

Мозаика Пенроуза демонстрирует удивительную связь одного из своих параметров с числом, называемым золотым сечением. В этой работе можно подробно остановиться не только на мозаике Пенроуза, но и, конечно, на истории золотого сечения.

Г) Замощения плоскости. Почему шестиугольниками плоскость замостить можно, а пятиугольниками нельзя?

Раздел 2. Темы по пространственным структурам и кристаллографии.

А) Многогранники. Их виды.

Б) Многогранники и кристаллические решётки.

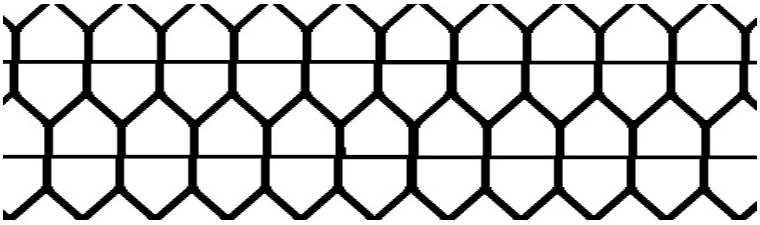
В) История кристаллографии.

Раздел 3. Симметрии в природе.

А) Симметрии в природе. От кристаллографии до квантовой физики.

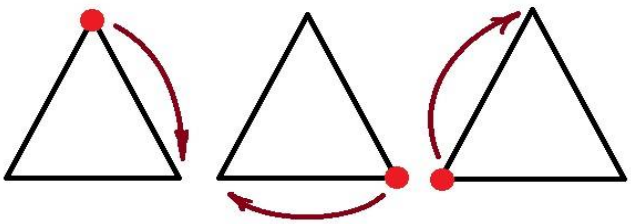
Теоретические пояснения для тем 1Г «Замощения плоскости» и 3А «Симметрии в природе». Данные темы требуют работы с понятием симметрии порядка n.

Для этого ещё раз вспомним, о чём говорится в лекции. Что треугольниками, прямоугольниками (на самом деле даже параллелограммами, но для лекции это не было существенно) и правильными шестиугольниками плоскость замостить можно, а пятиугольниками нельзя. Как же так? Вот пример замощения плоскости пятиугольниками:

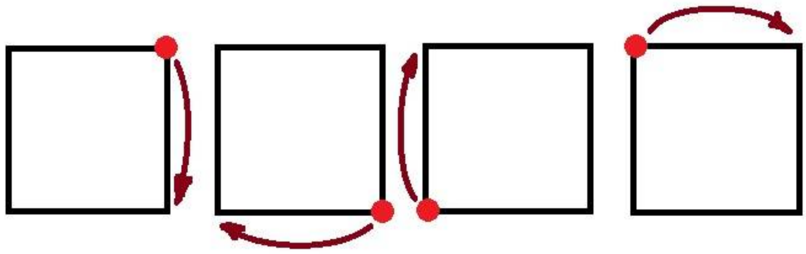


Вопрос: когда я обманываю? Сейчас или на лекции? Сейчас. На лекции я говорил, что ***правильными*** *пятиугольниками замостить нельзя. Очевидно, в приведённом примере пятиугольники неправильные. Они имеют единственную симметрию порядка 1. А у* *правильного пятиугольника имеется симметрия порядка 5. Так вот правильно говорить, что плоскость нельзя замостить любыми фигурами, у которых есть симметрия порядка 5.*

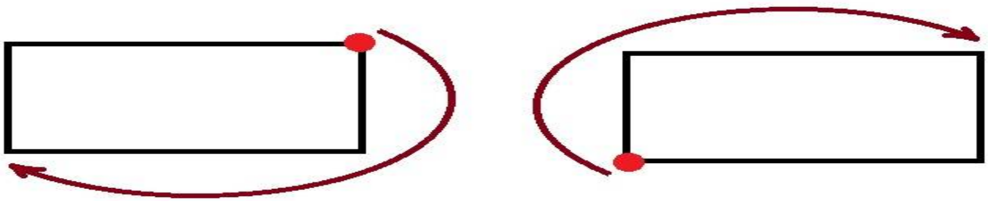
Дадим определение симметрии порядка 3. Для этого рассмотрим правильный треугольник, в котором выделю красным верхнюю вершину. Можно ли повернуть этот треугольник на какой-то угол по часовой стрелке так, чтобы он самоналожился? Да, на угол 120˚. Единственно, красная вершина переместится вправо вниз. Второй такой поворот переводит эту вершину вниз влево, а третий поворот возвращает треугольник в исходное состояние. Вот это и называется симметрией порядка 3 для правильного треугольника.



Квадрат имеет симметрию порядка 4:



Прямоугольник имеет симметрию порядка 2:



Тем школьникам, которым будет интересна тема 3А «Симметрии в природе», будет интересно узнать, что в квантовой физике существуют частицы, полный поворот которых на 360˚ приводит к тому, что она не возвращается в исходное состояние. В исходное состояние они возвращаются после второго поворота, то есть поворота на 720˚. Логично сказать, что они обладают симметрией порядка ½.